PŘÍKLAD 63/1

$m_1 = 1\ kg$

$m_2 = 1\ kg$

$r = 0{,}5\ m,\ 1\ m,\ 2\ m$

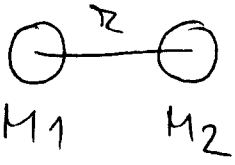
$\vec{F_g} = ?$

$$\vec{F_g} = \gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$F_{g_{0,5m}} = \gamma \cdot \frac{1 \cdot 1}{(0{,}5)^2} = 2{,}67 \cdot 10^{-10}\ N$$

$$F_{g_{1m}} = \gamma \cdot \frac{1 \cdot 1}{(1)^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ N$$

$$F_{g_{2m}} = \gamma \cdot \frac{1 \cdot 1}{(2)^2} = 1{,}67 \cdot 10^{-11}\ N$$

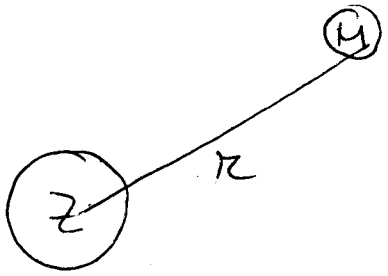


PŘÍKLAD 63/2

$m_Z = 5{,}98 \cdot 10^{24}\ kg$

$m_M = 7{,}35 \cdot 10^{22}\ kg$

$r = 3{,}84 \cdot 10^{8}\ m$



$$\vec{F_g} = \gamma \frac{m_Z \cdot m_M}{r}$$

$$\vec{F_g} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{5{,}98 \cdot 10^{24} \cdot 7{,}35 \cdot 10^{22}}{(3{,}84 \cdot 10^{8})^2} = 1{,}99 \cdot 10^{20}\ N$$

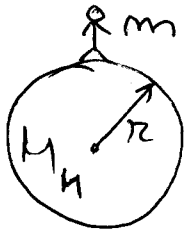
PŘÍKLAD 63/3

$M_M = 7{,}35 \cdot 10^{22}\ kg$

$r_M = 1{,}74 \cdot 10^6\ m$ (POLOMĚR MĚSÍCE)

$g = 9{,}8\ m\,s^{-2}$ (GRAVITAČNÍ ZRYCHLENÍ NA ZEMI)

$\vec{F}_{g_M} = ?$



$$\vec{F}_{g_M} = \kappa \cdot \frac{M_M \cdot m}{(r_M)^2}$$

$$\vec{F}_{g_M} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{7{,}35 \cdot 10^{22} \cdot 100}{(1{,}74 \cdot 10^6)^2}$$

$$\vec{F}_{g_M} = 161{,}9\,N \doteq \underline{162\,N}$$

$$\vec{F}_{g_Z} = m \cdot g = 100 \cdot 9{,}8 = \underline{980\,N}$$

NEBO

$$\vec{F}_{g_Z} = \kappa\ \frac{M_Z \cdot m}{(r_Z)^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{5{,}98 \cdot 10^{24} \cdot 100}{(6{,}378 \cdot 10^6)^2} = \underline{980{,}5\,N}$$

$M_Z = 5{,}98 \cdot 10^{24}\ kg$ (HMOTNOST ZEMĚ)

$r_Z = 6{,}378 \cdot 10^6\ m$ (POLOMĚR ZEMĚ)

$$\frac{\vec{F}_{g_Z}}{\vec{F}_{g_M}} = \frac{980}{162} \doteq 6$$

GRAVITAČNÍ SÍLA NA MĚSÍCI MÁ VELIKOST $\frac{1}{6}$ ZEMSKÉ.

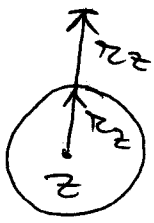
PŘÍKLAD 66/1

$M_z = 5{,}98 \cdot 10^{24}\ kg$

$r_z = 6{,}378 \cdot 10^{6}\ m$

$\vec{k} = ?$

$\vec{k} = \frac{\vec{F_g}}{m}$



$\vec{F_g} = \gamma \frac{M_z \cdot m}{r^2}$

$\vec{k} = \frac{\gamma \frac{M_z \cdot m}{r^2}}{m} \equiv \gamma \frac{M_z\, m}{m\, r^2} \equiv \gamma \frac{M_z}{r^2}$

$\vec{k} \equiv \vec{a}$ ($F = m \cdot a$ i $k = \frac{F}{m} \Rightarrow k m = m a$)

$\vec{k} \equiv \vec{a} \equiv \vec{g}$ (GRAVITAČNÍ ZRYCHLENÍ)

$\vec{g} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{5{,}98 \cdot 10^{24}}{(6{,}378 \cdot 10^{6} + 6{,}378 \cdot 10^{6})}$

$\vec{g} = 2{,}45\ m s^{-2}$

VE VÝŠCE 1 ZEMSKÉHO POLOMĚRU NAD POVRCHEM ZEMĚ JE $\vec{g} = 2{,}45\ m s^{-2}$.

$\vec{g_z} = 9{,}8\ m s^{-2}$ (GRAVITAČNÍ ZRYCHLENÍ U POVRCHU ZEMĚ)

$\frac{\vec{g_z}}{\vec{g}} = \frac{9{,}8}{2{,}45} = 4 \Rightarrow$ U POVRCHU ZEMĚ JE GRAVITAČNÍ ZRYCHLENÍ 4x OPROTI VÝŠCE 1 ZEMSKÉHO POLOMĚRU NAD POVRCHEM ZEMĚ.

PŘÍKLAD 66/2

$M_M = 7{,}35 \cdot 10^{22}$ kg

$r_M = 1{,}74 \cdot 10^6$ m

$a_M = ?$; $\vec{k} = \vec{a} \equiv \vec{g}$

VIZ. PŘÍKLAD 66/1

$$\vec{a}_M = \gamma \frac{M_M}{(r_M)^2} \equiv 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{7{,}35 \cdot 10^{22}}{(1{,}74 \cdot 10^6)^2}$$

$$\vec{a}_M = 1{,}62 \ m\,s^{-2}$$

GRAVITAČNÍ ZRYCHLENÍ U POVRCHU MĚSÍCE JE $a_M = 1{,}6\ m\,s^{-2}$.

PŘÍKLAD 66/3

$h = 300 \cdot 10^3$ m

$\vec{g}_z = ?$

$M_z = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg

$r_z = 6{,}378 \cdot 10^6$ m

VÍZ. PŘÍKLAD 66/1

$$\vec{g}_z = \varkappa \frac{M_z}{(r_z + h)^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{5{,}98 \cdot 10^{24}}{(6{,}378 \cdot 10^6 + 300 \cdot 10^3)^2}$$

$$\vec{g}_z = 8{,}9 \text{ m s}^{-2}.$$

VE VÝŠCE 300 km NAD POVRCHEM ZEMĚ JE

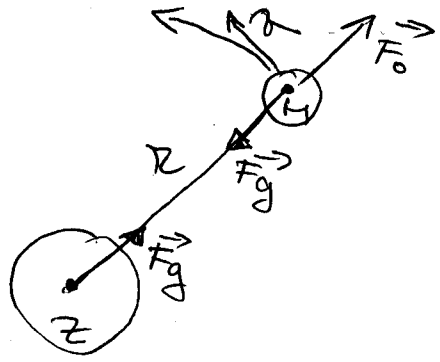
$$\vec{g}_z = 8{,}9 \text{ m s}^{-2}.$$

PŘÍKLAD 69 / 1

$M_Z = 5{,}98 \cdot 10^{24}\ kg$

$M_M = 7{,}35 \cdot 10^{22}\ kg$

$r = 3{,}84 \cdot 10^{8}\ m$



$r_M = ?$

$T_M = ?$

$\vec{F_0} = \vec{F_g}$

$\vec{F_0}$ ODSTŘEDIVÁ SÍLA

$\vec{F_0} = m r \omega^2$

ω – ÚHLOVÁ RYCHLOST

$v = \omega r$

v ← OBVODOVÁ RYCHLOST

$\vec{F_0} = M_M \cdot r \cdot \omega^2$

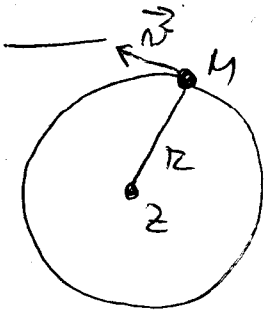
$F_0 = M_M \cdot \frac{v^2}{r^2}$

$F_0 = M_M \frac{v^2}{r} \Rightarrow M_M \frac{v^2}{r} = \kappa \frac{M_Z \cdot M_M}{r^2} \quad / \cdot r ; : M_M$

$v^2 = \kappa \frac{M_Z}{r}$

$v = \sqrt{\kappa \frac{M_Z}{r}} \equiv \sqrt{6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{5{,}98 \cdot 10^{24}}{3{,}84 \cdot 10^{8}}}$

$v = 1019{,}1\ m\,s^{-1} \equiv 1{,}019\ km\,s^{-1}$



$\vec{v} = \omega r$; $\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$

$T = \frac{2\pi}{\frac{v}{r}} \equiv \frac{2\pi r}{v}$

$T = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 6{,}378 \cdot 10^{6}}{1019} \equiv 39307{,}0\ s$

VE DNECH TO ODPOVÍDÁ 27,3 DNE.

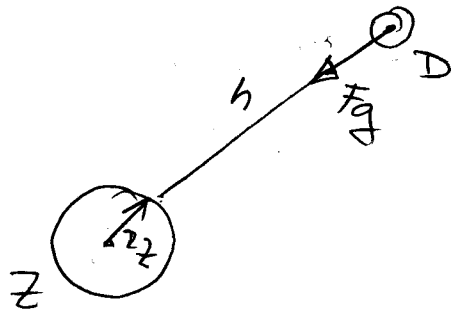
PŘÍKLAD 6912

$m = 83{,}6\ kg$

$APOGEUM = 946 \cdot 10^3\ m$

$PERIGEUM = 229 \cdot 10^3\ m$

$R_z = 6{,}378 \cdot 10^6\ m$



$v = ?$

$a_d = ?$

$F_d = ?$

$T = ?$

$$h = \frac{946 \cdot 10^3 + 229 \cdot 10^3}{2} = 587{,}5 \cdot 10^3\ m$$

Rychlost v viz. PŘÍKLAD 6911

$$v = \sqrt{\gamma \frac{M_z}{(R_z + h)}} \equiv \sqrt{6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{5{,}98 \cdot 10^{24}}{6{,}378 \cdot 10^6 + 5875 \cdot 10^3}}$$

$$v = 7567{,}2\ m\,s^{-1} \equiv 7{,}57\ km\,s^{-1}$$

$$\vec{F_g} = \gamma \frac{M_z \cdot m}{(R_z + h)^2} \equiv 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{5{,}98 \cdot 10^{24} \cdot 83{,}6}{(6{,}378 \cdot 10^6 + 5875 \cdot 10^3)^2}$$

$$\vec{F_g} = 687{,}3\ N$$

Stejným směrem jako $\vec{F_g}$ působí dostředivé zrychlení $\vec{a_d}$.

DLE $\vec{F} = m\vec{a}$ JE $\vec{a_d} = \frac{\vec{F_g}}{m} \equiv \frac{687{,}3}{83{,}6} \equiv 8{,}2\ m\,s^{-2}$

$$\vec{v} = \vec{\omega} R, \quad \vec{\omega} = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi R}{v}$$

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot (6{,}378 \cdot 10^6 + 5875 \cdot 10^3)}{7567{,}2} = 5780{,}7\ s$$

PŘEPOČTENO NA MINUTY: $T \doteq 96$ minut.

PŘÍKLAD 71/3

$T = 12$ roků

$a_J = ?$

VZDÁLENOST ZEMĚ–SLUNCE JE ROVNA 1 AU

DOBA OBĚHU ZEMĚ KOLEM SLUNCE JE 1 ROK.

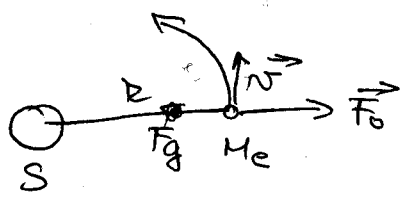
DLE 3. KEPLEROVA ZÁKONA

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$ JE a_J

$$\frac{T_Z^2}{T_J^2} = \frac{a_Z^3}{a_J^3} \Rightarrow a_J = \sqrt[3]{\frac{a_Z^3 \, T_J^2}{T_Z^2}}$$

$$a_J = \sqrt[3]{\frac{1^3 \cdot 12^2}{1^2}} \doteq \underline{5{,}2 \text{ AU}}$$

PŘÍKLAD 71/4



$r = 58.10^9\ m$

$T = 88\ dní \equiv 7603200\ s$

$M_S = ?$ $\qquad \omega \cdot r = v \Rightarrow \omega = \frac{v}{r}$; $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$\Rightarrow v = \frac{2\pi r}{T}$

$\vec{F_g} = \vec{F_0}$

$F_0 = m r \omega^2 \equiv M_e\, r\, \frac{v^2}{r^2} \equiv M_e \frac{v^2}{r}$

$\vec{F_g} = \mathcal{H} \cdot \frac{M_S \cdot M_e}{r^2} \Rightarrow$ [illegible]

$\mathcal{H} \frac{M_S M_e}{r^2} = M_e \frac{v^2}{r} \Rightarrow M_S = \frac{v^2 r}{\mathcal{H}}$

$M_S = \frac{(2\pi r)^2 \cdot r}{T^2 \mathcal{H}} \equiv \frac{4\pi^2 r^3}{T^2 \mathcal{H}}$

$M_S = \frac{4\pi^2 \cdot (58.10^9)^3}{7603200^2 \cdot 6{,}67.10^{-11}} = 1{,}998.10^{30} \doteq \underline{2.10^{30}\ kg}$

PŘÍKLAD 76/1

$F_1 = 20\,N$

$F_2 = 50\,N$

$F_3 = 8\,N$

$F_4 = 50\,N$

$F_5 = 60\,N$

$r_2 = 0{,}4\,m$

$M_1, M_2, M_3, M_4, M_5 = ?$

a)

$M_1 = F_1 \cdot 0{,}2 \equiv 20 \cdot 0{,}2 \equiv \underline{4\,N\,m}$

$M_2 = F_2 \cdot 0 \equiv 50 \cdot 0 = \underline{0\,N\,m}$

$M_3 = -F_3 \cdot 0{,}3 \equiv -8 \cdot 0{,}3 = \underline{-2{,}4\,N\,m}$

$M_4 = F_4 \cdot 0{,}4 \equiv 50 \cdot 0{,}4 = \underline{20\,N\,m}$

$M_5 = -F_5 \cdot 0{,}1 \equiv -60 \cdot 0{,}1 = \underline{-6\,N\,m}$

b) $M = ?$ PLATÍ $\Sigma M = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5$

$\Rightarrow M = 4 + 0 - 2{,}4 + 20 - 6 = \underline{15{,}6\,N\,m}$

c) PLATÍ $\Sigma M = 0$

$M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5 = M$

PRO BOD E: $M_E = F_E \cdot 0{,}1 \Rightarrow 15{,}6 = F_E \cdot 0{,}1$

$F_E = \frac{15{,}6}{0{,}1} \equiv \underline{156\,N}$

PRO BOD F: $M_F = F_F \cdot 0{,}2 \Rightarrow 15{,}6 = F_F \cdot 0{,}2$

$F_F = \frac{15{,}6}{0{,}2} \equiv \underline{78\,N}$

PRO BOD H: $M_H = F_H \cdot 0{,}4 \Rightarrow 15{,}6 = F_H \cdot 0{,}4$

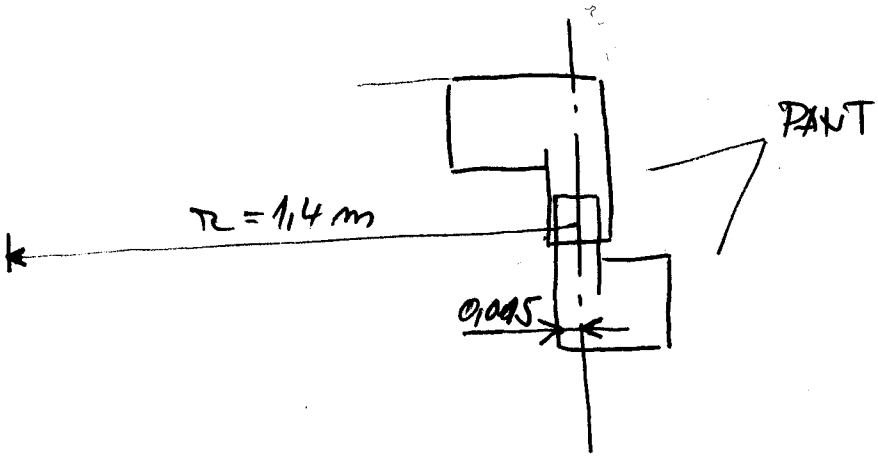
$F_H = \frac{15{,}6}{0{,}4} = \underline{39\,N}$

PŘÍKLAD 7712

$d = 0{,}03\ m$

$F_t = 35\ N$

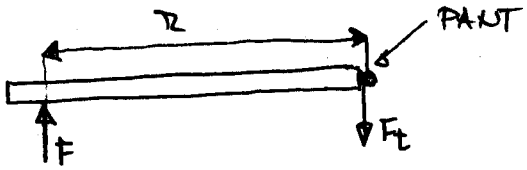
$r = 1{,}4\ m$



$F = ?$

TEČNÁ SÍLA PŮSOBÍ PROTI SMĚRU POHYBU ŘEZNÍKU.

POHLED SHORA:



PLATÍ:

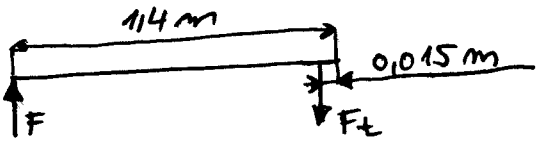
$$\Sigma M = 0$$

$$-F \cdot r + F_t \cdot \frac{d}{2} = 0$$

$$F_t \frac{d}{2} = F \cdot r$$

$$F = F_t \frac{d}{2r}$$

SCHÉMA:



$$F = 35 \frac{0{,}03}{2 \cdot 1{,}4} \equiv 0{,}375\ N$$

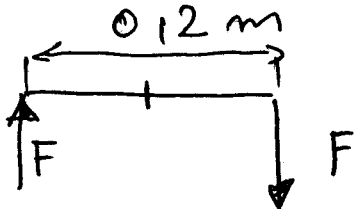
$$F \doteq 0{,}38\ N$$

PŘÍKLAD 7911

$F = 10\ N$

$d = 0{,}2\ m$

$D = 2$



$D = F \cdot d$

$D = 10 \cdot 0{,}2$

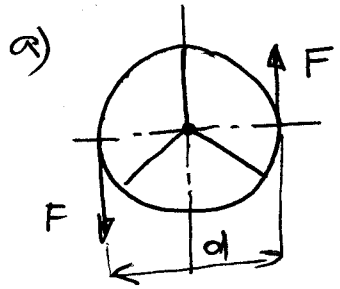
$D = 2\ N\,m$

PŘÍKLAD 7912

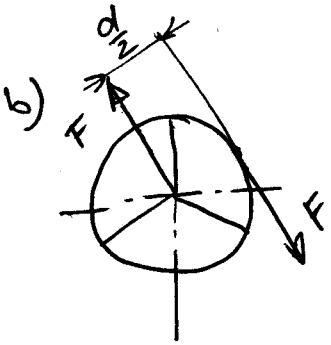
$d = 0{,}36\ m$

$D = 2\ N\,m$

$F = ?$



OBĚMA RUKAMA



JEDNOU RUKOU

a) $D = F \cdot d \Rightarrow F = \frac{D}{d}$

$F = \frac{2}{0{,}36} \equiv 5{,}55\ N$

$F \doteq 5{,}6\ N$

b) $D = F \cdot \frac{d}{2} \Rightarrow F = \frac{2D}{d}$

$F = \frac{2 \cdot 2}{0{,}36} \equiv 11{,}1\ N$

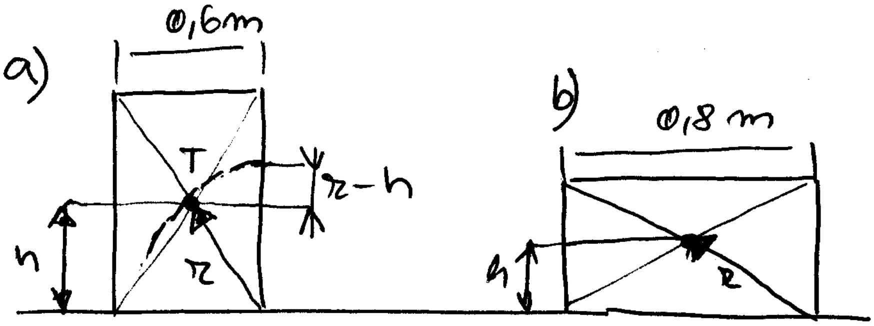
$F \doteq 11\ N$

PŘÍKLAD 8/13

$a = 60\ cm$

$b = 80\ cm$

$W = ?$



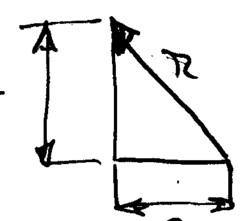
$$W = m \cdot g \cdot (r - h)$$

$$m = V \cdot \rho \qquad V = 0{,}6 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}8 = 0{,}288\ m^3$$

$$\rho_{žuly} \doteq 2750\ kg\ m^{-3}$$

$$m = 2750 \cdot 0{,}288 = \underline{792\ kg}$$

VÝPOČET r



$$\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = r$$

$$r = \sqrt{0{,}4^2 + 0{,}3^2}$$

$$r = \underline{0{,}5\ m}$$

$$W = 792 \cdot 10\,(0{,}5 - 0{,}4) \doteq \underline{792\ J}$$

b) $r = \sqrt{0{,}3^2 + 0{,}4^2} = 0{,}5$; $h = 0{,}3$

$W = 792 \cdot 10\,(0{,}5 - 0{,}3) = \underline{1584\ J}$ Stabilitu ověříme překlopením kvádru na boční stranu.

PŘÍKLAD 8.4.1

$f = 4\ s^{-1}$

$I = 1{,}25\ kg\ m^2$

$E_k = ?$

$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$ $\qquad \omega = \frac{2\pi}{T}$

$f = \frac{1}{T}$

$E_k = \frac{1}{2} I (2\pi f)^2$

$E_k = \frac{1}{2}\ 1{,}25\ 4 \cdot \pi^2 \cdot 4^2 = 394{,}8\ J$

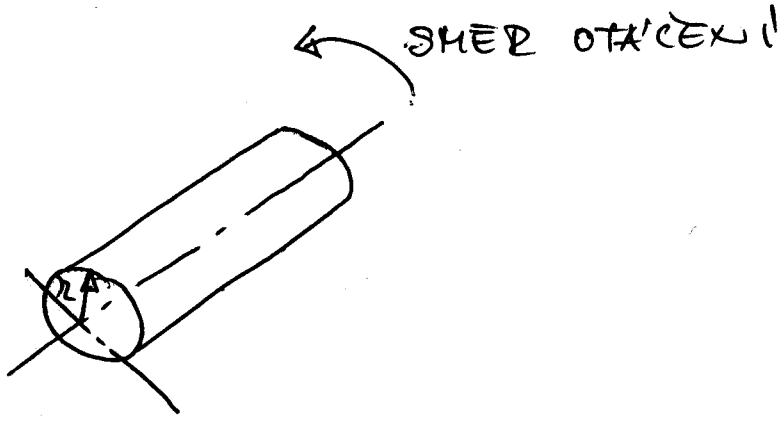
PŘÍKLAD 8.4.2

$m = 42\ kg$

$r = 0{,}2\ m$

$E_k = 662{,}6\ J$

$f = ?$



$I = \frac{1}{2} m \cdot r^2$

$I = \frac{1}{2}\ 42 \cdot 0{,}2^2 = 0{,}84\ kg\ m^2$

$E_k = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} I (2\pi f)^2 \Rightarrow f = \sqrt{\frac{2 E_k}{I\ 4\pi^2}}$

$f = \sqrt{\frac{2 \cdot 662{,}6}{0{,}84 \cdot 4 \cdot \pi^2}} = 19{,}99\ s^{-1}$

$f \doteq 20\ s^{-1}$

PŘÍKLAD 8413

$I = 10\ kg\,m^2$

$n = 3000\ ot/min \Rightarrow f = \frac{n}{60} = \frac{3000}{60} = 50\ s^{-1}$

↑ Počet sekund v 1 minutě

$E_K = \frac{1}{2} I \omega^2$

$E_K = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (2\pi f)^2 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 4\pi^2 \cdot 50^2$

$E_K = 493\,480{,}2\ J \doteq 493{,}5\ kJ$

Pozn. Jedná se o celkovou vynaloženou energii na roztočení setrvačníku. Při roztáčení mu totiž otáčky setrvačníku narůstají od 0 do 3000 ot./min. Z toho plyne, že dokud nedosáhne $n = 3000$ ot/minutu bude E_K různá od vypočítaného výsledku.